

---

# Teoría de las Gráficas

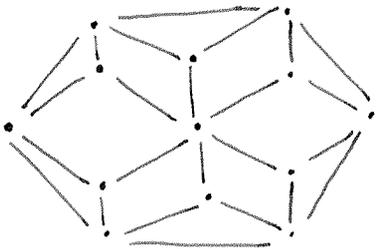
---

Undécima tarea  
2 de diciembre de 2009

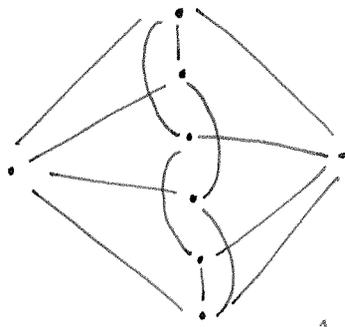
1. Para cada una de las gráficas 1(a)-1(e) encuentra una coloración minimal propia.
2. Cada una de las gráficas 2(a)-2(e) tiene número cromático menor o igual que cuatro. Argumenta por qué teorema de coloración puedes deducir éso y encuentra una coloración minimal propia.
3. Supón que  $H$  es una subgráfica de  $G$ . ¿Necesariamente pasa que  $\chi(H) \leq \chi(G)$ ?
4. Supón que una gráfica  $G$  es la unión de dos subgráficas  $G_1$  y  $G_2$  que tienen un único vértice en común. Muestra que el número cromático de  $G$  es el máximo de los números cromáticos de  $G_1$  y  $G_2$ .
5. Muestra que en cualquier coloración minimal propia, para cualesquiera dos colores existen vértices adyacentes con esos colores.

## Extras

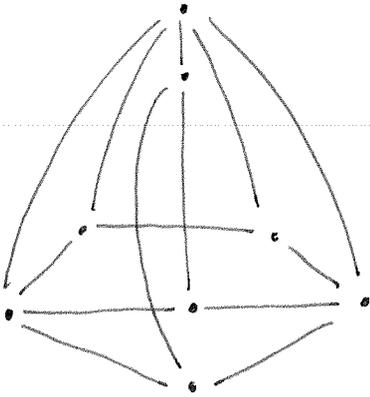
- A. Prueba que si cualesquiera dos ciclos de longitud impar tienen un vértice en común en  $G$  entonces  $G$  puede colorearse con a lo más cinco colores.
- B. Si  $G$  es una gráfica con exactamente un ciclo de longitud impar entonces  $\chi(G) = 3$ .
- C. Si  $x$  es un vértice de  $G$  de grado menor que  $n$  (un número entero positivo), muestra que  $G$  es  $n$ -coloreable si y sólo si  $G - x$  lo es.



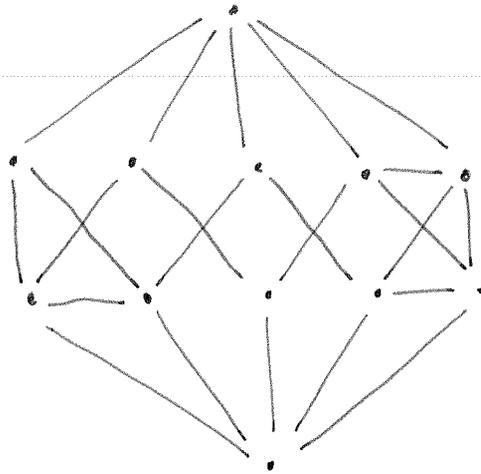
1(a)



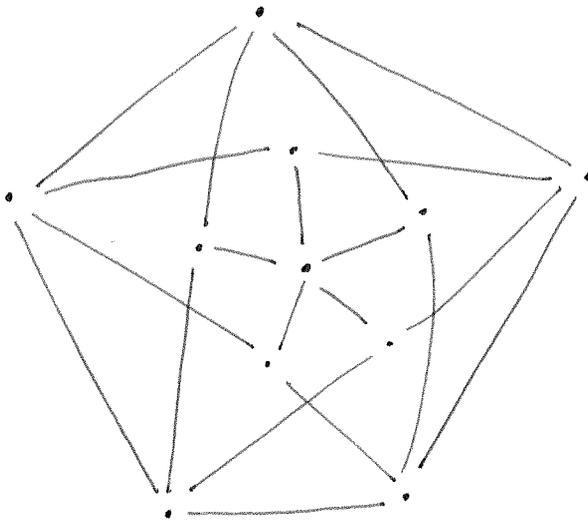
1(b)



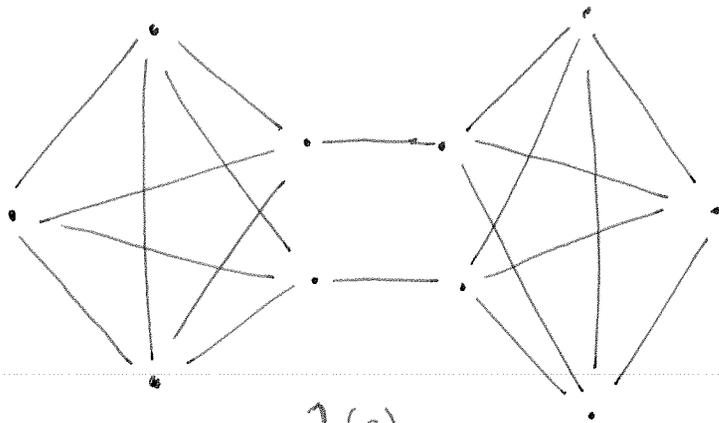
1(c)



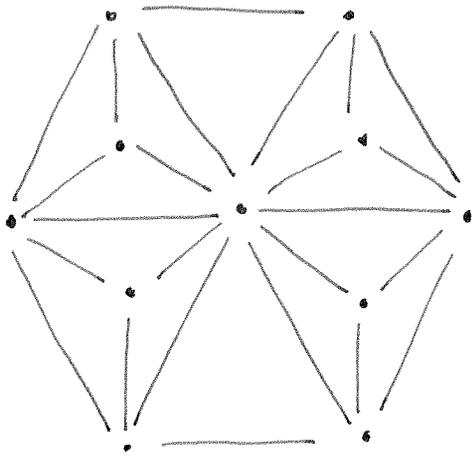
1(c)



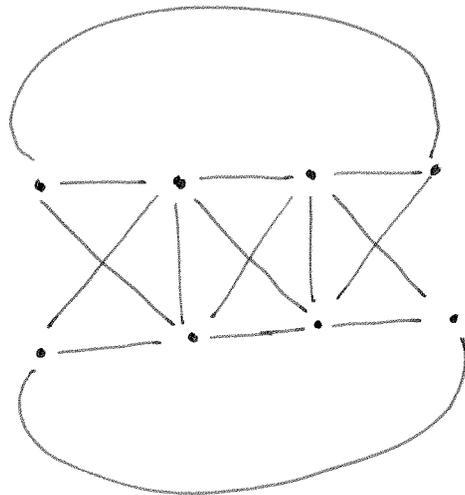
1(d)



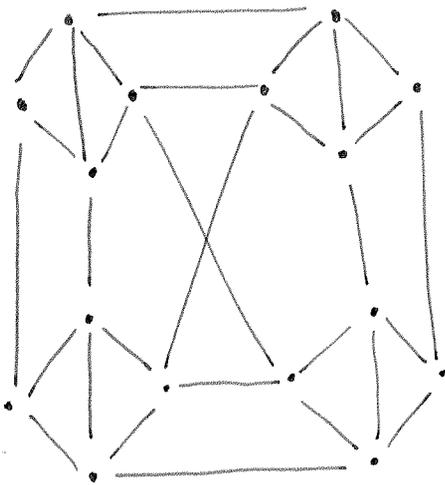
2(a)



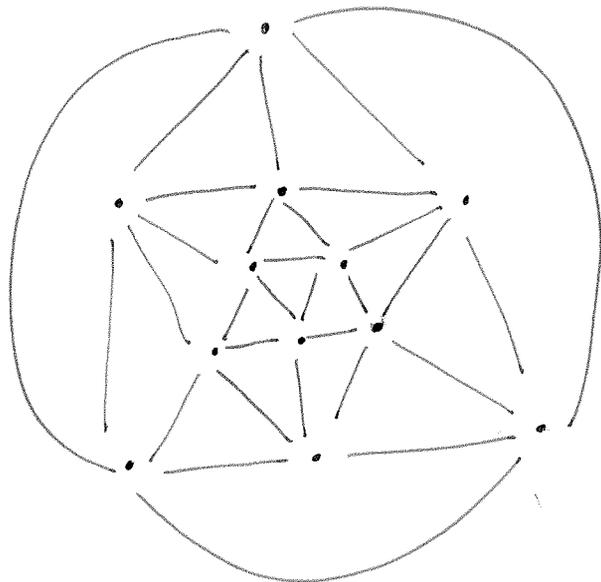
2(b)



2(c)



2(d)



2(e)