

Tarea 12

Fecha de entrega: lunes, 6 de noviembre 2023, 10:00 (por correo electrónico)

Fecha de discusión: viernes, 10 de noviembre 2023, 14:30

1. Blow up a lo largo de un ideal

Sea $X \subset \mathbb{A}^n$ una variedad afín y sean $F_1, \dots, F_r \in \mathbb{C}[x_1, \dots, x_n]$ homogéneos del mismo grado tal que el ideal $I = (F_1, \dots, F_r)$ contiene $\mathbb{I}(X)$ (es decir, I define una subvariedad de X). El blow up $B_I(X)$ de X a lo largo de I es la gráfica de la aplicación racional

$$F : X \dashrightarrow \mathbb{P}^{r-1}, \quad x \mapsto [F_1(x) : \dots : F_r(x)]$$

junto con la proyección $B \subset X \times \mathbb{P}^{r-1} \rightarrow X$.

- (a) Demuestra que la clase de isomorfismo del blow up $B_I(X)$ de X a lo largo de I solo depende de I , no del conjunto generador.
- (b) Si $\mathbb{V}(I) = \{p\}$ es un punto verifica que $B_I(X) = B_p(X)$ donde $B_p(X)$ es el blow up de X en el punto $p \in X$.

2. Aplicaciones biracionales

Sea $\mathbb{P}^2 \rightarrow \mathbb{P}^2$ es la función racional de Veronese de grado dos

$$\psi([x : y : z]) = [xy : xz : yz],$$

- (a) encuentre el dominio de definición de ψ ,
- (b) demuestre que ψ es biracional y que es su propia inversa,
- (c) encuentre un abierto $U \subset \mathbb{P}^2$ tal que la restricción de ψ a U sea un isomorfismo.