

Tarea 6

Fecha de entrega: lunes, 24 de septiembre 2023, 10:00 (por correo electrónico)

Fecha de discusión: viernes, 29 de septiembre 2023, 14:30

1. Isomorfismos de variedades proyectivas

- (a) Encuentra un ejemplo de dos curvas planas proyectivas (es decir, dos curvas en $\mathbb{P}^2$) que son isomorfas pero no proyectivamente equivalentes.
- (b) Demuestra que las variedades afines $\mathbb{V}(x)$ y $\mathbb{V}(x - y^4 - z^4)$ en $\mathbb{A}^3$ son isomorfas, pero sus cerraduras proyectivas en $\mathbb{P}^3$ no lo son.

2. Automorfismos de $\mathbb{A}^n$ y $\mathbb{P}^n$

- (a) Sean $F, G \in \mathbb{C}[x, y, z]$ dos polinomios irreducibles de grado dos. Demuestra que existe un automorfismo de $\mathbb{P}^2$ que manda $\mathbb{V}(F)$ a $\mathbb{V}(G)$.
- (b) Sea $F : \mathbb{A}^n \rightarrow \mathbb{A}^n$ una aplicación polinomial con componentes $F_1, \dots, F_n$. Demuestra que F es invertible (es decir existen polinomios $G_1, \dots, G_n$ tal que $G_i(F_1, \dots, F_n) = x_i$) si y solo si $k[x_1, \dots, x_n] = k[F_1, \dots, F_n]$.

3. Variedades casi proyectivas

Demuestra que el complemento de una línea en $\mathbb{A}^2$ es una variedad afín y determina su anillo de coordenadas.