

El conjunto ^{solución} de (1) es \emptyset si ¿? ↓

Clase 8:
Continuamos

$$\langle f^*(t_1) - \alpha_1, \dots, f^*(t_m) - \alpha_m \rangle = \mathbb{F}[V]$$

Es decir,

$$\text{Irr} \cdot \mathbb{F}[V] = \mathbb{F}[V].$$

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{F}[W] & \hookrightarrow & \mathbb{F}[V] \dots \\ \text{Irr} & & \text{Irr} = f \cdot \text{Irr} \end{array}$$

La prueba se finaliza el siguiente lema algebraico

$A \subseteq B$ subanillo conteniendo 1_B

si B es un A -módulo finitamente generado

entonces $\forall I \neq A$ el ideal $\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{F}[V] \\ | \\ \mathbb{F}[W] \end{array} \right.$ extensión integral

$$I \cdot B \neq B.$$

Por lo tanto $\bar{f}^{-1}(\gamma) \neq \emptyset$ □

COROLARIO: si f es un morfismo finito, entonces manda cerrados en cerrados.

Dem: Tarea.

$F[V] =$ funciones regulares en V .

Def: $X \subseteq \mathbb{A}_{\mathbb{F}}^n$ cerrado
g función en X con valores en \mathbb{F} es regular si \exists
 $G(t) \in \mathbb{F}[\mathbb{A}^n] = \mathbb{F}[x_1, \dots, x_n]$
tal que $g(x) = G(x) \quad \forall x \in X$.

OBSERVACIONES:

① Las funciones regulares de X forman un anillo:
 $g \cdot f(x) = f(x) \cdot g(x)$
 $\mathbb{F}[X]$.

② El polinomio G ~~no está bien definido.~~
es único.

③ si $p \in \tilde{A}_{\mathbb{F}}$ un punto, $\mathbb{F}[p] = \overline{\mathbb{F}}$,

$\Rightarrow p \xrightarrow{j} \tilde{A}_{\mathbb{F}}$ induce $j^*: \mathbb{F}[\tilde{A}] \xrightarrow{\text{red}} \mathbb{F}$
 $g \mapsto g(p)$

$\Rightarrow \ker j^*$ es maximal.

$$= \{g \mid g(p) = 0\} \quad p = (p_1 \dots p_m)$$

$$= \text{Imp} \supseteq \langle x_1 - p_1, \dots, x_m - p_m \rangle \xrightarrow{\text{maximal}}$$

————— \Leftarrow —————

¿El recíproco?
i.e. ¿todo maximal
es de
esta forma?

④ $f: V \rightarrow W$ morfismo se define usando funciones regulares f_j 's de \bar{V} .

$$x \mapsto (f_1(x), \dots, f_m(x))$$

————— " —————

Ej (de morfismo finito) **REVELADOR**

$f: V \rightarrow \bar{W}$ morfismo tal que $f^*: \mathbb{F}[\bar{W}] \rightarrow \mathbb{F}[\bar{V}]$ es suprayectivo.

Entonces $\text{Ker } f^* = \text{Ideal}(\overline{\text{Im } f})$. = tarea =

↑
nos dice cómo escribir las ecuaciones de $\overline{\text{Im}(f)}$


```
i1 : A3 = QQ[x,y,z]
```

```
o1 = A3
```

```
o1 : PolynomialRing
```

```
i2 : A1 = QQ[t];
```

```
i3 : f = map(A1,A3,matrix{{t,t^2,t^3}});
```

```
o3 : RingMap A1 <--- A3 morfismo de anillos  
x->t
```

```
i4 : ker f  
y->t^2  
z->t^3
```

```
o4 = ideal (y2 - x*z, x*y - z, x2 - y)
```

```
o4 : Ideal of A3
```

```
i5 : f = map(A1,A3,matrix{{t^3,t^4,t^5}});
```

```
o5 : RingMap A1 <--- A3 morfismo de anillos
```

```
i6 : ker f
```

```
o6 = ideal (y2 - x*z, x2y - z2, x3 - y*z)
```