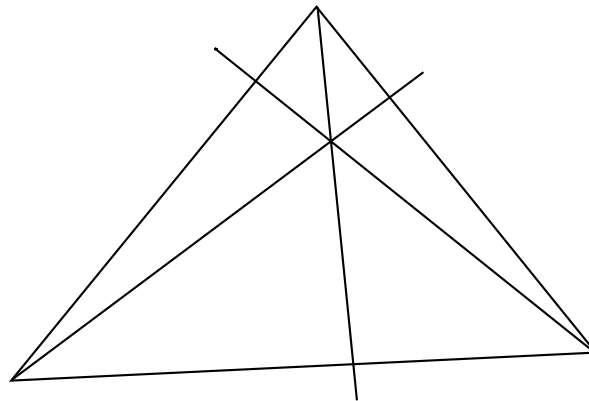

Geometría algebraica: tarea 1

Fecha de entrega: 24 de febrero 2021

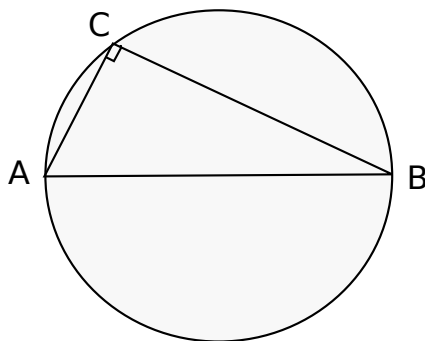
EJERCICIO 1

Mostrar que las tres alturas de un triángulo (líneas que pasan por un vértice y son perpendiculares al lado opuesto) son concurrentes en un punto: el *ortocentro*.



EJERCICIO 2

Considerar AB el diámetro de un círculo \odot . Mostrar que el triángulo ABC tiene un ángulo recto en C si y sólo si C pertenece a \odot .



EJERCICIO 3

Mostrar que si la cardinalidad de un campo es finita, entonces es la potencia de un primo.

EJERCICIO 4

Mostrar que un plano afín tiene por lo menos 4 elementos.

EJERCICIO 5

Si existe una línea en el plano proyectivo con exactamente $n + 1$ puntos, entonces el plano proyectivo tiene en total $n^2 + n + 1$. En particular, la proyectivización de $\mathbb{A}_{\mathbb{F}_2}^2$ tiene 7 elementos.

EJERCICIO 6

Considerar dos pinceles de líneas $P(t), Q(t)$ que basados en dos puntos distintos p y q en \mathbb{C}^2 sin componentes en común. Mostrar que la curva que describe el punto $P(t) \cap Q(t)$ para todo $t \in \mathbb{C}$, tiene grado 2.

ARGUMENTAR A FAVOR O EN CONTRA

Todo plano proyectivo satisface que $\mathbb{P}^2 - l \cong \mathbb{A}^2$, donde l es una línea en \mathbb{P}^2 . En particular, el plano proyectivo de 7 puntos es el más pequeño que existe.