Algoritmos y Estructuras de Datos
Tarea 5

Profesor: Sergio Rajsbaum
Ayudante: Francisco Javier Escalona González

fecha de hoy: 26 de octubre 2004
fecha de entrega: 8 de noviembre 2004

— explica en detalle y con claridad todas tus respuestas —

— Tus algoritmos deberán ser lo más eficiente posibles —

— explica el funcionamiento de tus algoritmos informalmente, luego escribe el código, y luego demuestra correctez y complejidad.—

Se permite trabajar en equipos de dos personas.
Pero cada uno debe entregar la tarea resuelta por separado, e indicar el nombre de su compañero de equipo.

Tema: BFS, árboles, DFS

1. Escribe un resumen de no mas de dos cuartillas de las páginas 120 a la 138 del libro *Out of their Minds* de Shasha y Lazere, acerca de la vida y obra de Lamport.

2. Demuestra que en el algoritmo BFS el valor $d[v]$ asignado al vértice v es independiente del orden en que están los vértices en la lista de adyacencia.

3. Da un ejemplo de una gráfica en la que el árbol que se obtiene con BFS depende del orden en que estan las aristas en la lista de adyacencias.

4. Dar un ejemplo de una gráfica dirigida $G = (V, E)$, un vértice origen $s \in V$, y un conjunto de aristas de un árbol $E_\pi \subseteq E$ tal que para cada vértice $v \in V$ la (única) trayectoria en E_π de s a v es una trayectoria mínimia (lo mas corta posible) en G y aun así el conjunto E_π no puede ser generado corriendo BFS en G, no importa como se ordenen los vértices en la lista de adyacencias.

5. Sea $G = (V, E)$ una gráfica. El complemento de G se denota como $G^c = (V, E^c)$ y tiene una arista entre dos vértices u, v si y solo si $(u, v) \notin E$. Prueba que G es conexa o G^c es conexa.

6. Diseña una variante del algoritmo DFS para encontrar las aristas de corte de una gráfica (aristas que al quitarlas desconectan la gráfica).

7. Sea $G = (V, E)$ una gráfica. Un conjunto de vértices C es un *clan* si todo par de vértices de C es adyacente. Prueba que en al árbol dirigido con raíz que resulta al correr DFS, todos los vértices de un clan aparecen en un camino dirigido. ¿Necesariamente aparecen consecutivos en el camino?

8. Presenta un algoritmo que tome como entrada una gráfica $= (V, E)$ sin aristas de corte, y eliga una dirección para cada arista de G, de tal forma que la digráfica obtenida G' sea fuertemente conexa (para cualquier par de vértices u, v, xiste un camino dirigido de u a v y de v a u.

9. Una digráfica es *arbitrada* is para cualesquiera dos vértices v_1 y v_2, existe un vértice v, llamado *arbitro* de ellos, tal que existen caminos dirigidos de v a v_1 y de v a v_2.

   (a) Demuestra que existen gráficas infinitas arbitradas sin raíz.

   (b) Demuestra que toda gráfica finitia arbitrada tiene una raíz.

No se aceptan tareas despues de la fecha límite.

Para cualquier duda contactar a Paco o a Sergio con suficiente anticipación:
pax@ciencias.unam.mx, rajsbaum@matem.unam.mx