Algoritmos y Estructuras de Datos
Tarea 6

Profesor: Sergio Rajsbaum
Ayudante: Francisco Javier Escalona González

fecha de hoy: 11 de noviembre 2004
fecha de entrega: 23 de noviembre 2004

— *explica en detalle y con claridad todas tus respuestas* —

— *Tus algoritmos deberán ser lo más eficiente posibles* —

— *explica el funcionamiento de tus algoritmos informalmente, luego escribe el código, y luego demuestra correctez y complejidad.*—

Se permite trabajar en equipos de dos personas. Pero cada uno debe entregar la tarea resuelta por separado, e indicar el nombre de su compañero de equipo.

Tema: DFS, Componentes no-separables y AGM

1. Considera un conjunto finito de tipos de mosaicos $M = m_1, m_2, \ldots m_k$. Cada mosaico es un cuadrado cuyos cuatro lados (norte, sur, este y oeste) están etiquetados con letras de un alfabeto $\Sigma = \{0, 1, \ldots, \sigma\}$. Al colocarlos en el plano, los mosaicos no se pueden rotar, y dos mosaicos se pueden colocar un junto de otro solo si coinciden las letras de sus lados adyacentes. Se pueden repetir mosaicos; es decir, se cuenta con un número infinito de cada tipo de mosaico de M. Demuestra que si es posible cubrir el cuadrante superior derecho del plano con mosaicos de M, entonces es posible cubrir todo el plano.

2. Demuestra que la gráfica de superestructura de componentes no-separables de una gráfica $G = (V, E)$ es siempre un árbol.

3. Describe en detalle la ejecución del algoritmo de componentes no-separables visto en clase, indicando cuales son los vértices de separación y las componentes no separables producidas, sobre una gráfica de tu elección, cuya gráfica de superestructura sea la de la Figura 1.

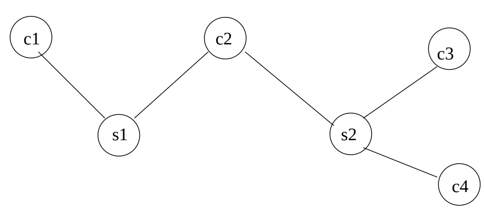

Figure 1: Gráfica de Superestructura

4. Sea $G = (V, E)$ una gráfica con pesos en las aristas w. Probar que si no existen dos aristas de G con el mismo peso entonces existe un solo árbol generador de peso mínimo.

5. Sean $T_1 = (V, E_1)$ y $T_2 = (V, E_2)$ dos árboles generadores de $G = (V, E)$. Prueba que para cada arista $\alpha \in E_1 \cap \bar{E}_2$ existe una arista $\beta \in \bar{E}_1 \cap E_2$ tal que cada uno de los siguientes conjuntos

$$(E_1 - \{\alpha\}) \cup \{\beta\}$$
$$(E_2 - \{\beta\}) \cup \{\alpha\}$$

definen un árbil generador de G. Nota: $\bar{E}_1$ denota el conjunto de todas las aristas de E que no estan en E_1 (igual para E_2).

6. Describe en detalle la ejecución del algoritmo de Prim implementado con Heaps Binarios visto en clase, sobre la gráfica de la Figura 2, con pesos de tu elección, de manera que cada arista tenga un peso diferente, comenzando con $1, 2, 3, \ldots, 13$.

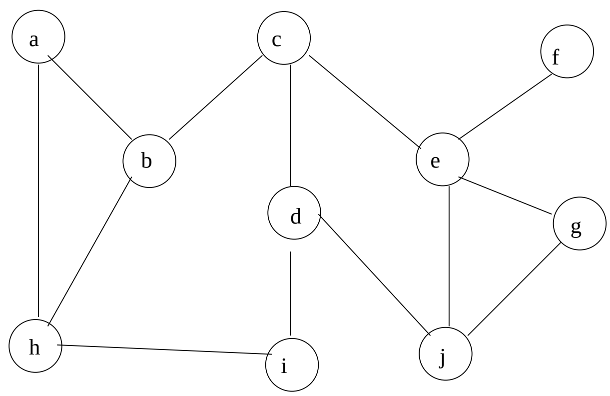

Figure 2: Gráfica de sin pesos en las aristas

No se aceptan tareas despues de la fecha límite.

Para cualquier duda contactar a Paco o a Sergio con suficiente anticipación:
pax@ciencias.unam.mx, rajsbaum@matem.unam.mx