19 de septiembre del 2008

1^{er} Examen Parcial

Matemáticas I

(1) Diga si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa (*justifique su respuesta*):

(a) Si $S, T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ son transformaciones lineales y $\{v_1, v_2\}$ es una base de $\mathbb{R}^2$ tal que $S(v_1) = T(v_1)$ y $S(v_2) = T(v_2)$, entonces $S = T$.

(b) Existe una trasnformación lineal $T\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ tal que $nulidad(T) = rango(T)$.

(c) Si $T\colon V \to W$ es una transformación entre espacios vectoriales y $T(0) = 0$, entonces $T = 0$.

(d) El conjunto $\{2 - 3x, 1 - x^2, x, 2\}$ es un subconjunto linealmente independiente de P_2.

(2) Encuentra los valores, vectores y espacios característicos de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

(3) Sea $C(\mathbb{R}) = \{f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} : f \text{ es continua}\}$. Sea $S = \{\sin(x), \cos(x)\}$. Demuestre que S es un subconjunto de $C(\mathbb{R})$ linealmente independiente. Diga si S es una base de $C(\mathbb{R})$ (justifique su respuesta).

(4) Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Definimos $L_A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ por $L_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ para toda $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$. Determine si L_A es un isomorfismo (*justifique su respuesta*).

(5) Encuentre la matriz de cambio de coordenadas que transforma $\gamma = \{(1,1), (1,-1)\}$ en $\beta = \{(1,0), (0,1)\}$.