TAREA III

1. Exprese en la forma $a + bi$ los siguientes números complejos.
   a) e^{2+i}
   b) $\cos(3 + 4i)$
   c) $\operatorname{sen}(1 - i)$
2. Resolver las siguientes ecuaciones:
   a) $\cos z = \frac{3}{4} - \frac{1}{4i}$
   b) $\operatorname{sen} z = \frac{3}{4} + \frac{i}{4}$
   c) $\operatorname{sen} z = 4$
3. Encuentre todos los posibles varlores de los siguientes números complejos:
   a) $\log i$
   b) $\log(-i)$
   c) $(-i)^i$
   d) 2^i
   e) $(1 + i)^{1+i}$
4. Determine para qué valores de $z \in \mathbb{C}$ se cumple $\overline{e^{iz}} = e^{i\bar{z}}$.
5. Determine geométricamente las imágenes de las rectas horizontales y verticales bajo la función $\cos z$.
6. Encuentre el máximo de $|\cos z|$ en el cuadrado

$$0 \leq \mathrm{Re}(z) \leq 2\pi \quad 0 \leq \mathrm{Im}(z) \leq 2\pi$$

7. Determine los subconjuntos de $\mathbb{C}$ en los que las siguientes funciones son analíticas y calcule sus derivadas.
   a) $(z + 1)^3$

b) $z + \frac{1}{z}$

c) $\frac{1}{(z^3-1)(z^2+2)}$

d) $\frac{3z-1}{3-z}$

e) $\frac{1}{z+\frac{1}{z}}$

8. Demuestre que $f(z) = |z|$ no es analítica.

9. Demuestre que las ecuaciones de Cauchy-Riemann, en coordenadas polares, corresponden a

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} \qquad\qquad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}$$

10. Suponga que f es analítica en el disco $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ y que $\mathrm{Re}(z) = 3$ para toda $z \in D$. Demuestre que f es constante.