

TAREA V

1. Evalúe las siguientes integrales:

a) $\int_{\gamma} y dz$ donde γ está formada por el segmento de línea que une a 0 con i y luego con $i + 2$.

b) $\int_{\gamma} \operatorname{sen} 2z dz$ donde γ está formada por el segmento de línea que une $i + 1$ con $-i$.

c) $\int_{\gamma} (z^2 + 2z + 3) dz$ donde γ está formada por el segmento de línea que une 1 con $2 + i$.

d) $\int_{\gamma} \frac{1}{z-1} dz$ donde γ es el círculo de radio 2 centrado en 1 y recorrido una vez en contra de las manecillas del reloj.

e) $\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$ donde γ es el círculo de radio 1 centrado en 2 y recorrido una vez en contra de las manecillas del reloj.

f) $\int_{\gamma} \frac{1}{z^2 - 2z} dz$ donde γ es el círculo de radio 1 centrado en 2 y recorrido una vez en contra de las manecillas del reloj.

g) $\int_{|z|=1} \frac{dz}{z}$

h) $\int_{|z|=1} \frac{dz}{|z|}$

i) $\int_{|z|=1} \frac{|dz|}{z}$

j) $\int_{|z|=1} \left| \frac{dz}{z} \right|$

k) $\int_{|z|=1} z \operatorname{sen} z^2 dz$

2. Determine la veracidad o falsedad de la ecuación

$$\operatorname{Re} \left\{ \int_{\gamma} f dz \right\} = \int_{\gamma} \operatorname{Re} f dz.$$

3. Demuestre que si γ es una curva cerrada contenida en $\mathbb{C} \setminus \{z \mid \operatorname{Re} z < 0\}$, entonces

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{z} = 0$$

4. Demuestre que

$$\left| \int_{|z|=1} \frac{\operatorname{sen} z}{z^2} \right| \leq 2\pi e.$$

5. Sea γ una curva en \mathbb{C} , continua y C^1 por pedazos, y sea $\hat{\gamma}$ una reparametrización de γ . Demuestre que $\ell(\gamma) = \ell(-\gamma) = \ell(\hat{\gamma})$.