Tarea VI

Geometría Analítica I

8 de octubre de 2004

1. En cada uno de los siguientes incisos, encuentra la ecuación de la parábola a partir de los datos dados.

   a) Foco $\mathbf{f} = (3,4)$, directriz $x - 1 = 0$.

   b) Foco $\mathbf{f} = (3,-5)$, directriz $y - 1 = 0$.

   c) Vértice $\mathbf{v} = (2,0)$, foco $\mathbf{f} = (0,0)$.

   d) Foco $\mathbf{f} = (-1,1)$, directriz $x + y - 5 = 0$.

2. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el vértice y los puntos extremos del lado recto de la parábola $x^2 - 4y = 0$.

3. Hallar la ecuación de la parábola cuyos vértice y foco son los puntos $\mathbf{v} = (-4,3)$ y $\mathbf{f} = (-1,3)$. Hallar también las ecuaciones de su directriz y su eje.

4. Hallar la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje X y que pasa por los tres puntos $(0,0)$, $(8,-4)$ y $(3,1)$.

5. Hallar la ecuación de la parábola con vértice $\mathbf{v} = (4,-1)$, eje la recta $y + 1 = 0$ y que pasa por el punto $(3,-3)$.

6. Hallar la ecuación de la tangente a la parábola $x^2 + 4x + 12y - 8 = 0$ que es paralela a la recta $3x + 9y - 11 = 0$.

7. Hallar las ecuaciones de las tangentes trazadas del punto $(1,4)$ a la parábola $y^2+3x-8y+10 = 0$

8. En cada uno de los siguientes incisos, hallar la ecuación de la elipse a partir de los datos dados.

   a) Focos $\mathbf{f_1} = (3,8)$, $\mathbf{f_2} = (3,2)$, longitud del eje mayor $= 10$.

   b) Vértices $\mathbf{v_1} = (-3,-1)$, $\mathbf{v_2} = (5,-1)$, excentricidad $= \frac{3}{4}$.

   c) Vértices $\mathbf{v_1} = (2,6)$ y $\mathbf{v_2} = (2,-2)$, longitud del lado recto $= 2$.

9. Hallar la ecuación de la elipse que pasa por los cuatro puntos $(1,3)$, $(-1,4)$, $(0,3-\sqrt{3}/2)$ y $(-3,3)$ y que tiene sus ejes paralelos a los ejes coordenados.

10. El centro de una elipse es el punto $(2, -4)$ y el vértice y el foco de un mismo lado del centro son los puntos $\mathbf{v_1} = (-2, -4)$ y $\mathbf{f_1} = (-1, -4)$. Hallar la ecuación de la elipse, su excentricidad, la longitud de su eje menor y la de cada lado recto.

11. Hallar las ecuaciones de las tangentes a la elipse $3x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ que son perpendiculares a la recta $x + y - 5 = 0$.

12. Hallar las ecuaciones de las tangentes de pendiente 2 a la elipse $4x^2 + 5y^2 = 8$.

13. Por el punto $(2, 7)$ se trazan tangentes a la elipse $2x^2 + y^2 + 2x - 3y - 2 = 0$. Hallar las coordenadas de los puntos de contacto.

14. En cada uno de los siguientes incisos, hallar la ecuación de la hipérbola a partir de los datos dados.

    a) Focos $\mathbf{f_1} = (-7, 3)$, $\mathbf{f_2} = (-1, 3)$, longitud del eje transverso $= 4$.
    b) Vértices $\mathbf{v_1} = (1, 4)$, $\mathbf{v_2} = (5, 4)$, longitud del lado recto $= 5$.
    c) Vértices $\mathbf{v_1} = (3, 4)$, $\mathbf{v_2} = (3, -2)$, excentricidad $= 2$.

15. Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por los puntos $(3, -2)$ y $(7, 6)$, tiene su centro en el origen y el eje transverso coincide con el eje X.

16. Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto $(2, 3)$, tiene su centro en el origem, su eje transverso está sobre el eje Y, y una de sus asíntotas es la recta $2y - \sqrt{7}x = 0$.

17. Hallar las coordenadas de los vértices y focos, y la excentricidad de la hipérbola que es conjugada a la que tiene por ecuación $9x^2 - 4y^2 = 36$.

18. Demostrar que si una recta es paralela a una asíntota de una hipérbola, entonces la recta intersecta a la hipérbola en un solo punto.

19. En cada uno de los siguientes incisos, encuentra las coordenadas del centro, vértices y focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado, y del lado recto, la excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola correspondiente.

    a) $x^2 - 9y^2 - 4x + 36y - 41 = 0$.
    b) $9x^2 - 4y^2 + 54x + 15y + 29 = 0$.
    c) $3x^2 - y^2 + 30x + 78 = 0$.

20. En cada uno de los siguientes incisos, hallar las ecuaciones de la tangente y la normal a la hipérbola dada en el punto dado.

    a) $3x^2 - y^2 = 2$, $\mathbf{p} = (1, 1)$.
    b) $2x^2 - 3y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$, $\mathbf{p} = (4, 2)$.
    c) $3x^2 - 2y^2 + 3x - 4y - 12 = 0$, $\mathbf{p} = (2, 1)$.