Tarea IV

Probabilidad I

29 de marzo de 2006

1. Sean X y Y dos variables independientes, $X \sim$ Uniforme$(0,1)$ y Y con densidad f y distribución F. Demuestre que $X+Y$ tiene densidad $F(x) - F(x-1)$.

2. Sean X y Y dos variables aleatorias independientes con distribución Normal$(0,1)$. Encuentre la densidad de Y/X. Esta es la *densidad de Cauchy*.

3. Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes con densidad $f(x)$. Sea $Y = \text{mín}\{X_1, \ldots, X_n\}$ y $Z = \text{máx}\{X_1, \ldots, X_n\}$. Calcule $\mathbb{P}(Y \geq y, Z \leq z)$ y diferencie para obtener la densidad conjunta de Y y Z.

4. Dos personas quedan de verse en un bar para hechar el trago después del trabajo, pero son muy impacientes y sólo esperarán 15 minutos a que el otro llegue. Suponga que cada uno llega de manera independiente de forma aleatoria distribuida unoformemente entre las 5 pm y las 6 pm. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren?

5. Suponga que X_1, X_2, X_3 son variables aleatorias independientes con distribución Normal$(0,1)$. Encuentre la distribución de

$$Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2}.$$

   Esta es la *distribución de Maxwell* y se usa en física para la velocidad de partículas en un gas.